

# Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden Homomorphismen behandelt, die Zeichenketten über einem unendlichen Alphabet auf Zeichenketten über einem endlichen Alphabet abbilden. Dabei betrachten wir als unendliches Alphabet die natürlichen Zahlen und als endliches Alphabet das zweielementige Alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$ . Zeichenketten über den natürlichen Zahlen nennen wir Pattern und deren Symbole Variablen. Wir untersuchen die Eindeutigkeit von Homomorphismen in freien Halbgruppen ohne das leere Wort, solche Homomorphismen dürfen also keine Variablen auf das leere Wort abbilden. Dabei ist ein Homomorphismus  $\sigma$  eindeutig für ein Pattern, wenn es keinen weiteren Homomorphismus gibt, der das Pattern auf dasselbe Bild abbildet. Wir betrachten die Menge der Pattern, für die der durch  $\sigma_{\text{inj}}(n) := ab^n$  für alle  $n \in \mathbb{N}$  definierte injektive Homomorphismus  $\sigma_{\text{inj}}$  eindeutig ist. Für diese Untersuchung werden vier Mehrdeutigkeitsphänomene für Pattern  $\alpha$  eingeführt, die auftreten, wenn ein weiterer Homomorphismus  $\tau$  existiert, der  $\tau(\alpha) = \sigma_{\text{inj}}(\alpha)$  und bestimmte weitere Eigenschaften erfüllt. Anschließend werden Pattern mit sukzessiv steigender Variablenzahl betrachtet. Zunächst wird die Menge der Pattern mit zwei Variablen charakterisiert, für die  $\sigma_{\text{inj}}$  eindeutig ist. Weiter werden Pattern mit drei Variablen behandelt und dabei drei der vier Mengen von Pattern, für die jeweils eines der genannten Mehrdeutigkeitsphänomene auftritt, und eine Teilmenge der vierten charakterisiert. Zuletzt werden einige Ergebnisse zu Pattern mit mehr als drei Variablen vorgestellt.